

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 03-06-2004

ΘΕΜΑ 1^ο

1. (γ)
2. (β)
3. (δ)
4. (γ)
5. ,

- α. Λ
- β. Σ
- γ. Λ
- δ. Σ
- ε. Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινούνται με ταχύτητες που δίνονται από τους εξής τύπους :

$$U'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} U_1 \quad (1)$$

$$U'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} U_1 \quad (2)$$

Επίσης ισχύει

$$U'_1 = -U'_2 \Leftrightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} U_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} - U_1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η Β.

2. (γ)

Από το νόμο Snell υπολογίζουμε το ημίτονο της θ_{crit}

$$n_a \sin \theta_{\text{crit}} = n_b \Leftrightarrow n_a \sin \theta_{\text{crit}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow n_a \sin \theta_{\text{crit}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \theta_{\text{crit}} = 45^\circ \quad (1)$$

$$\text{Δίνεται ότι } n_a \sin \theta_\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \theta_\alpha = 60^\circ \quad (2)$$

Επειδή από (1) και (2) ισχύει $\theta_\alpha > \theta_{\text{crit}}$ έχουμε ότι η ακτινοβολία θα ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.

3. (γ)

Έστω f_1 η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής καθώς πλησιάζει την πηγή και f_2 η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής καθώς στη συνέχεια απομακρύνεται από την πηγή.

$$\text{Τότε: } \begin{cases} f_1 = \frac{U+U_A}{U} f_s & (1) \\ f_2 = \frac{U-U_A}{U} f_s & (2) \end{cases}$$

Επειδή $f_1 > f_2$ θα έχουμε:

$$f_1 - f_2 = \frac{f_s}{10} \Leftrightarrow \frac{U+U_A}{U} f_s - \frac{U-U_A}{U} f_s = \frac{f_s}{10} \Leftrightarrow \frac{U+U_A - U + U_A}{U} = \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow 2U_A \cdot 10 = U \Leftrightarrow \frac{U_A}{U} = \frac{1}{20}$$

4. (γ)

Έστω T_1, T_2 η περίοδος του Σ_1 και του Σ_2 αντίστοιχα αυτές δίνονται από τις σχέσεις :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_1}} \quad (1) \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_2}} \quad (2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε :

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m}{K_1}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{K_2}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{K_2}{\frac{K_2}{2}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow T_1 > T_2 \quad (3)$$

Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας σε χρόνο :

$$\Delta t = \frac{T}{4} \text{ συνεπώς}$$

$$\Delta t_1 = \frac{T_1}{4}$$

$$\Delta t_2 = \frac{T_2}{4}$$

Από τις παραπάνω ισχύει ότι : $\Delta t_1 > \Delta t_2$ άρα η σωστή απάντηση είναι η γ.

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Γνωρίζουμε ότι σε μία περίοδο (πλήρη επανάληψη) το σημείο περνά δύο φορές από το σημείο ισορροπίας άρα στο ένα δευτερόλεπτο έχουν ολοκληρωθεί $N=5$ ταλαντώσεις.

$$f = \frac{N}{t} \Rightarrow f = \frac{5}{1} \Rightarrow f = 5\text{Hz}$$

$$\text{άρα } T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 0,2 \text{ sec}$$

β)
1^{ος} τρόπος

Η απόσταση μεταξύ κοιλίας και πλησιέστερου δεσμού είναι $\frac{\lambda}{4}$.

Άρα με βάση τα δεδομένα της άσκησης έχουμε :

$$\frac{\lambda}{4} = 0,1 \Rightarrow \lambda = 0,4\text{m.}$$

Γνωρίζουμε ότι η συνθήκη που ικανοποιούν τα σημεία που είναι κοιλίες είναι η εξής :

$$x_K = \frac{K\lambda}{2} \text{ με } K=0,1,2,\dots$$

Η πέμπτη κοιλία αντιστοιχεί σε $K=4$ άρα το συνολικό μήκος της χορδής θα δίνεται από την σχέση :

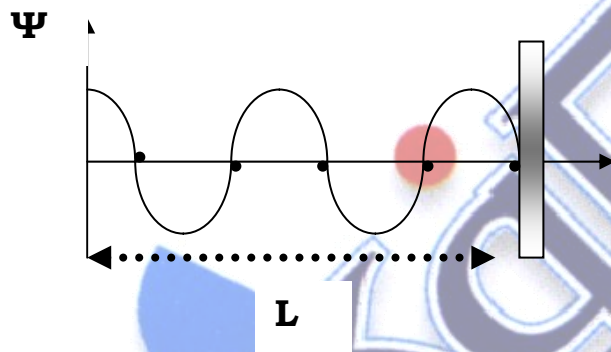
$$L = x_5 + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = \frac{4 \cdot 0,4}{2} + 0,1 \Rightarrow L = 0,9\text{m.}$$

2^{ος} τρόπος

Από το στιγμιότυπο του κύματος και με δεδομένο ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$

προκύπτει ότι :

$$L = \frac{\lambda}{4} + 4 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = 0,9\text{m.}$$



γ)

Η γενική εξίσωση του στάσιμου κύματος δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$y = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta \mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ δύο ακραίων θέσεων δίνεται από την σχέση:

$$d = 4A \Rightarrow A = 0,25\text{m.}$$

Με αντικατάσταση όλων των γνωστών μεγεθών στην εξίσωση του στάσιμου κύματος προκύπτει η εξής εξίσωση:

$$y = 0,05 \sin 5\pi x \eta \mu 10\pi t$$

δ)

1^{ος} τρόπος

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε. για την θέση $y=0,03\text{m}$ και για την ακραία θέση στην οποία φτάνει το σημείο $x=0$ έχουμε :

$$\frac{1}{2}Dy^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2 = \frac{1}{2}D(2A)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{y}^2 = \frac{1}{2}D[(2A)^2 - y^2] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m\dot{y}^2 = D[(2A)^2 - y^2] \Rightarrow m\dot{y}^2 = m\omega^2[(2A)^2 - y^2] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow u = \pm\omega\sqrt{(2A)^2 - y^2} \Rightarrow u = \pm 0,4\pi \text{ m/sec}$$

Επειδή πρόκειται για το μέτρο της ταχύτητας $u=0,4\pi \text{ m/sec}$
2^{ος} τρόπος

Για την κοιλία $x=0$ η εξίσωση της ταλάντωσης είναι :

$$y = 2A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow 0,03 = 0,05\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \eta\mu\frac{2\pi}{T}t = \frac{0,03}{0,05} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \eta\mu\frac{2\pi}{T}t = \frac{3}{5}.$$

Ο υπολογισμός του συνημίτονου γίνεται μέσω της σχέσης:

$$\eta\mu^2\frac{2\pi}{T}t + \sigma\upsilon\nu^2\frac{2\pi}{T}t = 1 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t = \pm\frac{4}{5}$$

Η ταχύτητα της κοιλίας δίνεται από τον τύπο :

$$u = \omega 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow u = \frac{2\pi}{T} 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t$$

Με αντικατάσταση του T, A , και του $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t$

Καταλήγουμε ότι $u = \pm 0,4\pi \text{ m/sec}$ Επειδή πρόκειται για το

μέτρο της ταχύτητας έχουμε :

$$U = 0,4\pi \text{ m/sec} = 1,256 \text{ m/sec}$$

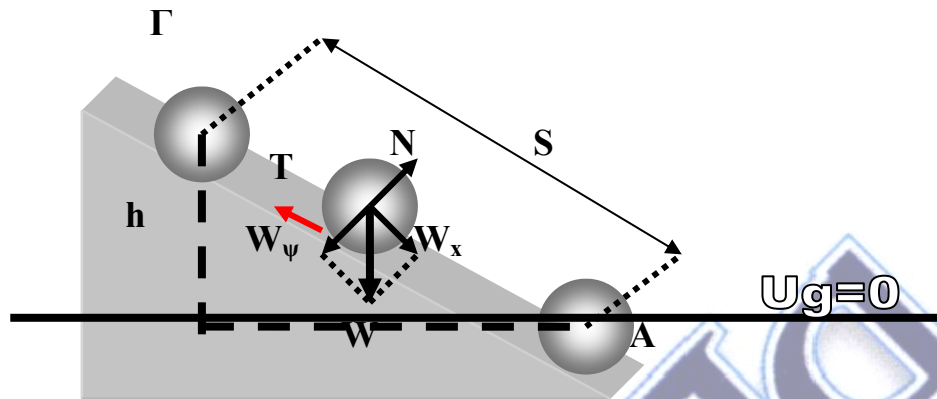
ΘΕΜΑ 4^ο

α) Επειδή η κίνηση της ομογενούς σφαίρας είναι ευθύγραμμη χωρίς ολίσθηση ανά πάσα στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας u_{cm} θα συσχετίζεται με την γωνιακή

ταχύτητα ω μέσω της σχέσης

$$u_{cm} = \omega R \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{u_{cm(0)}}{R} \Leftrightarrow \omega_0 = 80 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

β)



Η κίνηση της σφαίρας είναι σύνθετη δηλαδή μεταφορική και περιστροφική

Μεταφορική κίνηση: Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε

$$\Sigma F = Ma_{cm} \Leftrightarrow Mg\eta\mu\phi - T_{\sigma\tau} = Ma_{cm} \quad (1)$$

Περιστροφική κίνηση: Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε

$$\Sigma \tau = I a_{\gamma} \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} R = \frac{2}{5} MR^2 a_{\gamma} \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} MR a_{\gamma} \quad (2) \quad \text{από} \quad \text{όπου}$$

λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση που συνδέει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας a_{cm} με την γωνιακή επιτάχυνση $a_{\gamma} \cdot a_{cm} = a_{\gamma} R$ η σχέση (2) γίνεται

$$T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} Ma_{cm} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow Mg\eta\mu\phi - T_{\sigma\tau} + T_{\sigma\tau} = Ma_{cm} + \frac{2}{5} Ma_{cm} \Leftrightarrow$$

$$(1)+(2) \Leftrightarrow g\eta\mu\phi = \frac{7}{5} a_{cm} \Leftrightarrow a_{cm} = \frac{5}{7} g\eta\mu\phi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_{cm} = 4 \frac{m}{\text{sec}^2}$$

γ)

Η σχέση που συνδέει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας a_{cm} με την γωνιακή επιτάχυνση a_γ είναι

$$a_{cm} = a_\gamma R \Leftrightarrow a_\gamma = \frac{a_{cm}}{R} \Leftrightarrow a_\gamma = 40 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = I a_\gamma \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = \frac{2}{5} M R^2 a_\gamma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = \frac{2}{5} 10 \text{Kg} (10^{-1} \text{m})^2 40 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = 1,6 \text{Kg} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}$$

δ)

1^{ος} Τρόπος

Η συνολική γωνία περιστροφής μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \Leftrightarrow \theta = 60 \text{rad}$$

Η μετατόπιση του κέντρου μάζας κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου επειδή γίνεται χωρίς ολίσθηση υπολογίζεται από τη σχέση

$$S = R\theta \Leftrightarrow S = 6 \text{m}$$

Γνωρίζουμε ότι το έργο της στατικής τριβής είναι μηδέν γιατί δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της

Το έργο της κάθετης αντίδρασης είναι μηδέν

Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη.

Συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) μεταξύ των θέσεων Α και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

$$\frac{1}{2}Mu_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}Mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgh \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}Mu_0^2 + \frac{12}{25}MR^2 \frac{u_0^2}{R^2} = \frac{1}{2}Mu_{cm}^2 + \frac{12}{25}MR^2 \frac{u_{cm}^2}{R^2} + MgS\eta\mu\phi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{10}u_0^2 - gS\eta\mu\phi = \frac{7}{10}u_{cm}^2 \Leftrightarrow u_{cm} = 4 \frac{m}{sec}$$

2^{ος} Τρόπος

Για την ομαλά επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση της σφαίρας ισχύουν οι σχέσεις

$$\omega = \omega_0 - \alpha_\gamma t$$

$$\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\alpha_\gamma \theta \Leftrightarrow \omega = 40 \frac{rad}{sec}$$

Συνεπώς $u_{cm} = \omega R \Leftrightarrow u_{cm} = 4 \frac{m}{sec}$

Από τις οποίες έχουμε

