Θέμα 1ο

1. (δ)
2. (β)
3. (γ)
4. (α)

5. α. Σωστό
β. Λάθος
γ. Λάθος
δ. Λάθος
ε. Σωστό

Θέμα 2ο

1. (α)

Αιτιολόγηση :
Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν η πηγή είναι ακίνητη υπολογίζεται από τον τύπο :

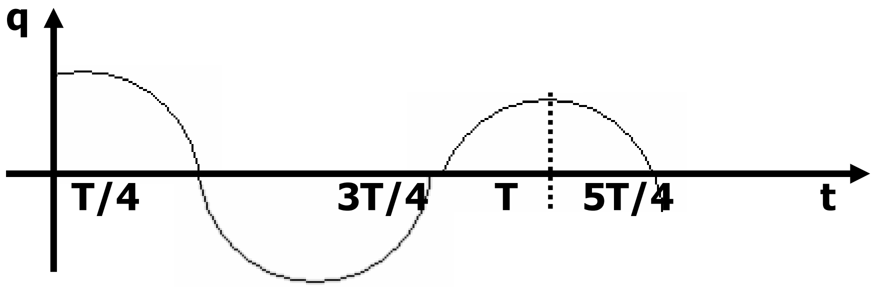
$$f_A = \frac{U \pm U_A}{U} F_s$$

Για να γίνει η f_A μέγιστη πρέπει ο παρατηρητής να πλησιάζει την πηγή με όσο το δυνατόν πιο μεγάλη ταχύτητα.
Στη θέση ισορροπίας έχει $U = U_{max} = \omega A$ **επομένως**

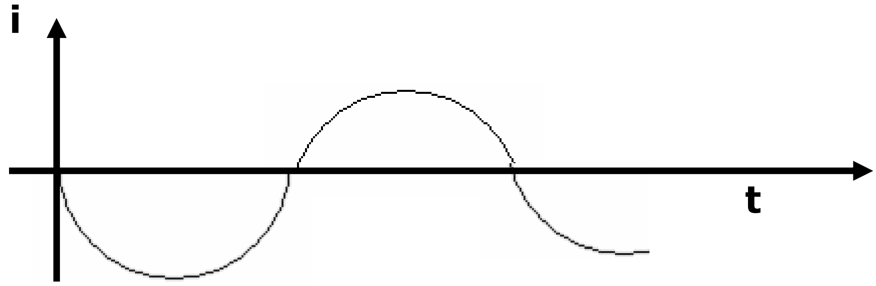
$$f_A = f_{max} = \frac{U + U_{max}}{U} f_s$$

2. (γ)

Αιτιολόγηση :
$Δ_1$ κλειστός: $q = Q_1 συνω_1 t \qquad i = -I_1 ημωt$



Για $t_1 = \frac{5T}{4}$ **το φορτίο του πυκνωτή έχει γίνει μηδέν**



Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι την ίδια χρονική στιγμή μέγιστο

$$I_1 = Q_1 \cdot \omega_1 = Q_1 \cdot \frac{2\pi}{T_1} = Q_1 \cdot \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC_1}} \Leftrightarrow I_1 = \frac{Q_1}{\sqrt{LC_1}} \quad (1)$$

Η επόμενη ηλεκτρική ταλάντωση ξεκινάει με μέγιστη μαγνητική ενέργεια για t = 0.
Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε. για τη δεύτερη ηλεκτρική ταλάντωση προκύπτει:

$$U_{B(max)} = U'_{E(max)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}LI_1^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C_2} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} L\frac{Q_1^2}{LC_1} = \frac{Q_2^2}{C_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{Q_2^2}{4C_1} \Leftrightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{2} \Leftrightarrow Q_2 = 2Q_1$$

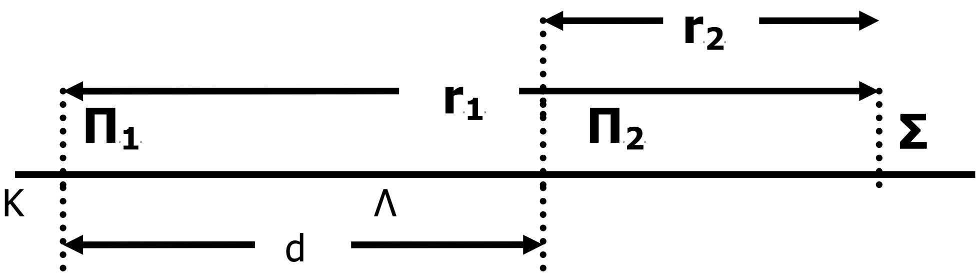
3. (β)

<u>Αιτιολόγηση :</u>

ΚΛ = 6cm

λ = 4 cm

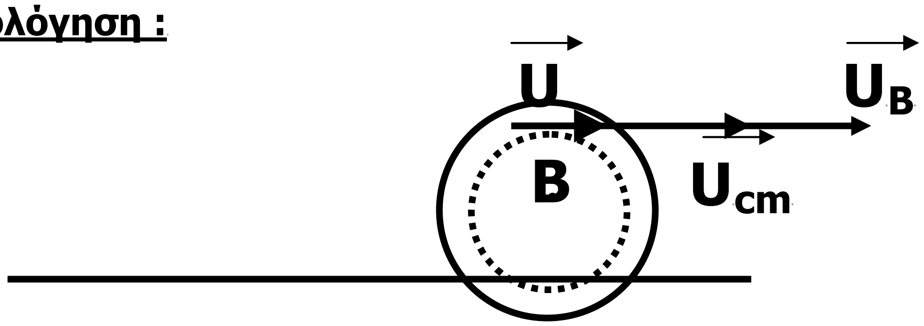
Για το Σ ισχύει:



$$A_{\Sigma} = \left|2A\sigma\upsilon\nu\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\pi\frac{K\Lambda}{\lambda}\right| \Leftrightarrow A_{\Sigma} = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{6\pi}{4}\right| \Leftrightarrow A_{\Sigma} = 0$$

4. (α)

<u>Αιτιολόγηση :</u>



$$U_B = U_{cm} + U_{\gamma\rho(B)} = U_{cm} + \omega\frac{R}{2}$$

Έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση. Επομένως $U_{cm} = \omega R$

$$U_B = U_{cm} + \frac{U_{cm}}{2} \Leftrightarrow U_B = \frac{3U_{cm}}{2}$$

Θέμα 3ο

α)

Η θέση κρούσης είναι η Θ.Ι. της ταλάντωσης του Σ_1. Επομένως πριν τη κρούση το σώμα Σ_1 έχει

$$U_1 = U_{max} = \omega \cdot A \quad (1)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K}}} = \sqrt{\frac{K}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \Leftrightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec}$$

$$\Delta\ell = A = 0,2\text{m}$$

Επομένως από σχέση (1)

$$\Leftrightarrow U_1 = 10 \cdot 0,2 \Leftrightarrow U_1 = 2 \text{ m/sec}$$

β)

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική, επομένως οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση υπολογίζονται

$$U_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} U_1 \Leftrightarrow U_1' = \frac{1-3}{4} \cdot 2 \Leftrightarrow U_1' = -1 \text{ m/s}$$

$$U_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} U_1 \Leftrightarrow U_2' = \frac{2}{4} \cdot 2 \Leftrightarrow U_2' = 1 \text{ m/s}$$

γ)

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε. για την νέα ταλάντωση του Σ_1 και με δεδομένο ότι η θέση ισορροπίας εξακολουθεί να είναι η θέση φυσικού μήκους έχουμε :

$$E = U + K \Leftrightarrow \frac{1}{2}KA'^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1'^2 + 0 \Leftrightarrow A' = u'\sqrt{\frac{m_1}{K}} \Leftrightarrow A' = 0,1m$$

Η γωνιακή συχνότητα εξακολουθεί να είναι η ίδια:
ω′=ω=10rad/s.

Επειδή την t=0 έχουμε :x =0 και u<0 σύμφωνα με την φορά που φαίνεται στο σχήμα έχουμε αρχική φάση:

$x=A'ημ(ωt+φ_o) \Leftrightarrow 0=A'ημφ_o \Leftrightarrow$ φ=κπ, κεZ

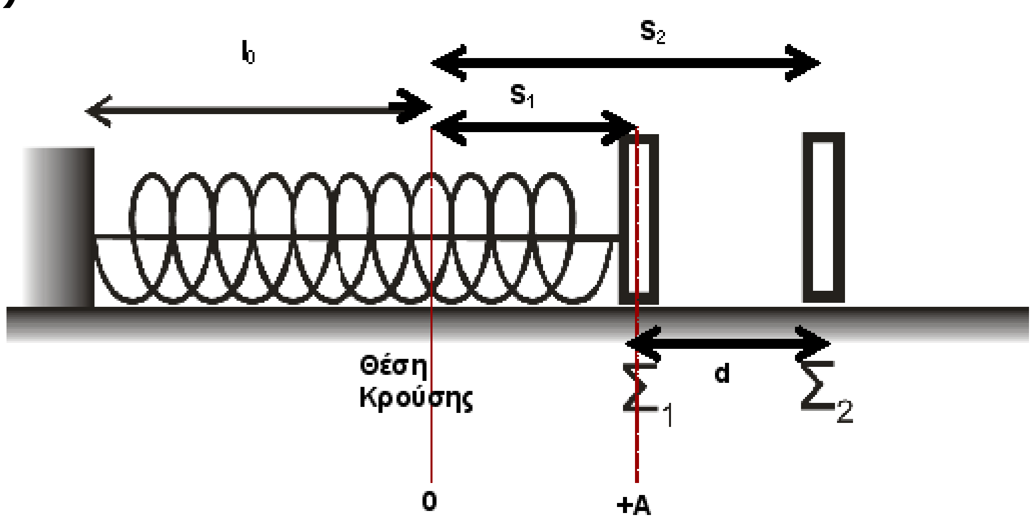
για κ=0, $φ_o=0$, κ=1, $φ_o=π$

Η λύση $φ_o=0$ γιατί προκύπτει $u=u_{max}συν0 \Leftrightarrow u=u_{max}>0$

Για $φ_o=π$ έχουμε : $u=u_{max}συνπ \Leftrightarrow u=u_{max}<0$

Επομένως $x=A'ημ(ωt+φ_o) \Leftrightarrow x=0,1ημ(10t+π)$

δ)



Το $Σ_1$ θα ακινητοποιηθεί για δεύτερη φορά όταν βρεθεί στην θέση x=+A δηλαδή μετά από χρόνο $t=\frac{3T}{4}s$ (1)

Όπου $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}s$

$(1) \Leftrightarrow t=\frac{\frac{3\pi}{5}}{4}=\frac{3\pi}{20}s$.

Το σώμα $Σ_2$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και θα έχει μετατοπισθεί από την θέση της κρούσης κατά :

$S_2 = u'_2 t \Leftrightarrow S_2 = \frac{3\pi}{20}\,\mathrm{m}$.

Επίσης το $Σ_1$ θα βρίσκεται στη θέση x=+A δηλαδή θα απέχει από την θέση της κρούσης απόσταση S_1 =0,1m.
Συνεπώς τα σώματα θα απέχουν μεταξύ τους την στιγμή αυτή απόσταση:

$d = S_2 - S_1 = \frac{3\pi}{20}$ m - 0,1 m $\Leftrightarrow$ d=0,371 m

Θέμα 4ο

α)

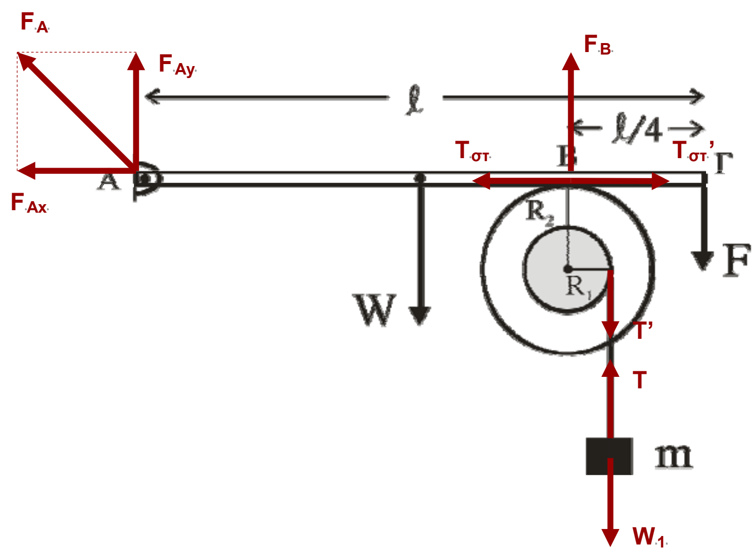
Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύει:

ΣF = 0 και Στ = 0. Συνεπώς από τη σχέση $Στ_A$ = 0, έχουμε:

$$\tau_{F_B} + \tau_{\omega} + \tau_F + \tau_{F_A} + \tau_{T'\sigma\tau} = 0 \Leftrightarrow F_B \cdot \frac{3\ell}{4} - \omega\frac{\ell}{2} - F\ell + 0 + 0 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F_B \cdot \frac{3}{4} - \frac{\omega}{2} - F = 0 \Leftrightarrow \frac{3F_B}{4} - 15 - 9 = 0 \Leftrightarrow \frac{3F_B}{4} = 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow F_B = \frac{4 \cdot 24}{3} \Leftrightarrow F_B = 32N$$



β)

Από τη συνθήκη ισορροπίας του σώματος μάζας m έχω:

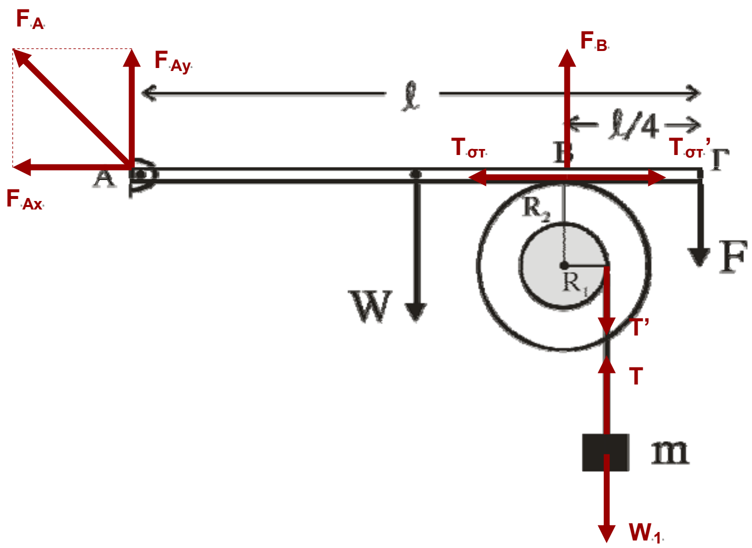
$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow W_1 - T = 0 \Leftrightarrow T = W_1 \Leftrightarrow T = 10N$$

Αφού το νήμα είναι αβαρές προκύπτει $T' = T = 10N$

Για το στερεό σώμα από τη συνθήκη ισορροπίας έχω:

$$\Sigma\tau_{(\kappa)} = 0 \Leftrightarrow T'R_1 - T_{\sigma\tau}R_2 = 0 \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{T'R_1}{R_2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{10 \cdot 0,1}{0,2} \Leftrightarrow T_{\sigma\tau} = 5N$$



γ)
Εξαιτίας της λιπαντικής ουσίας η στατική τριβή μηδενίζεται οπότε $\Sigma\tau \neq 0$ για το στερεό.

Επομένως το στερεό περιστρέφεται και το σώμα μάζας m κατέρχεται. Επειδή οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα και δεν είναι συντηρητικές δεν παράγουν έργο εφαρμόζω Α.Δ.Μ.Ε.

$$K_I + U_I = K_{II} + U_{II} \Leftrightarrow 0 + mgh + M_{\sigma\tau}gy =$$

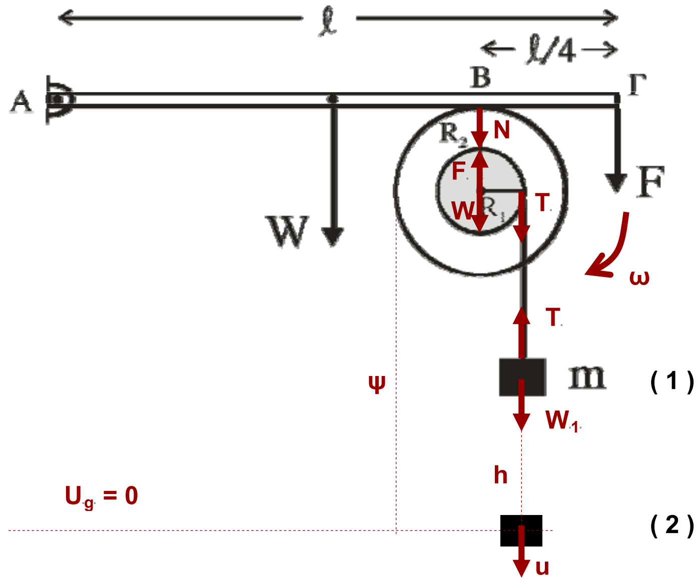
$$= \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mU^2 + 0 + M_{\sigma\tau}gy \quad (1)$$

Επειδή το νήμα κυλάει χωρίς να ολισθαίνει ισχύει κάθε στιγμή

$$\left.\begin{matrix} U = U_\Delta \\ U_\Delta = \omega R_1 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow U = \omega R_1 \Leftrightarrow \omega = \frac{U}{R_1} \quad (2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} mgh = \frac{1}{2}I\frac{U^2}{R_1^{\,2}} + \frac{1}{2}mU^2$$ και τελικά προκύπτει

$$U = 1m/s$$



δ)
Ο ρυθμός παραγωγής του έργου για το στερεό δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dW}{dt} = P = T_1 \cdot R_1 \cdot \omega \Leftrightarrow \frac{dW}{dt} = T_1 \cdot U \quad (1)$$

Για το σώμα μάζας m ισχύει:

$$\Sigma F = ma \Leftrightarrow mg - T_1 = ma \quad (2)$$

Για το στερεό ισχύει:

$$\Sigma \tau = I \cdot a_\gamma \Leftrightarrow T_1 R_1 = I \frac{a}{R_1} \Leftrightarrow a = \frac{T_1 {R_1}^2}{I} \quad (3)$$

$$\left(a_\Delta = a_\gamma \cdot R_1 \Leftrightarrow a = a_\gamma \cdot R_1 \Leftrightarrow a_\gamma = \frac{a}{R_1} \right)$$

$$(2) \overset{(3)}{\Leftrightarrow} mg - T_1 = M \frac{T_1 {R_1}^2}{I} \Leftrightarrow T_1 = 9N$$

Επομένως η (1) μας δίνει $\frac{dW}{dt} = 9 \cdot 1 = 9 \ \frac{j}{sec}$