ΚΟΡΙΝΘΟΥ 255, ΚΑΝΑΚΑΡΗ 101
ΤΗΛ. 2610 625.360, 2610 624.009,
FAX 2610 625.366

www.kapalearn.gr
e-mail: info@kapalearn.gr

# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑ.Λ 28-05-2009

## Θέμα 1ο

**Α)** Σχολικό Βιβλίο, σελ. 134

**Β)**

α)Σωστό

β)Λάθος

γ)Λάθος

δ)Σωστό

**Γ)**

α) $(f\cdot g)'(x)=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

β) $(c\cdot f)'(x)=c\cdot f'(x)$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=\left[\ln x\right]_{\alpha}^{\beta}=\ln\beta-\ln\alpha$

## Θέμα 2ο

$\nu=25$ μαθητές

**Α)** $\nu=\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4 \Leftrightarrow \nu_2=\nu-(\nu_1+\nu_3+\nu_4)\Leftrightarrow \nu_2=25-(4+8+7)\Leftrightarrow \nu_2=25-19\Leftrightarrow \boxed{\nu_2=6}$

$f_i\%=\frac{\nu_i}{\nu}\cdot 100\%=\frac{\nu_i}{25}\cdot 100\%=\nu_i\cdot 4\%$

$f_1\%=\nu_1\cdot 4\%=4\cdot 4\%=16\%$

$f_2\%=\nu_2\cdot 4\%=6\cdot 4\%=24\%$

$f_3\%=\nu_3\cdot 4\%=8\cdot 4\%=32\%$

$f_4\%=\nu_4\cdot 4\%=7\cdot 4\%=28\%$

$f_1\%+f_2\%+f_3\%+f_4\%=(16+24+32+28)\%=100\%$

$N_1=\nu_1=4$

$N_2 = N_1 + \nu_2 = 4 + 6 = 10$
$N_3 = N_2 + \nu_3 = 10 + 8 = 18$
$N_4 = N_3 + \nu_4 = 18 + 7 = 25$
$F_1\% = f_1\% = 16\%$
$F_2\% = F_1\% + f_2\% = 16\% + 24\% = 40\%$
$F_3\% = F_2\% + f_3\% = 40\% + 32\% = 72\%$
$F_4\% = F_3\% + f_4\% = 72\% + 28\% = 100\%$

$x_1 \cdot \nu_1 = 1 \cdot 4 = 4$
$x_2 \cdot \nu_2 = 2 \cdot 6 = 12$
$x_3 \cdot \nu_3 = 3 \cdot 8 = 24$
$x_4 \cdot \nu_4 = 4 \cdot 7 = 28$
$\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i = 4 + 12 + 24 + 28 = 68$

Άρα ο πίνακας συμπληρωμένος είναι:

| $x_i$ | $\nu_i$ | $f_i\%$ | $N_i$ | $F_i\%$ | $x_i \cdot \nu_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 16 | 4 | 16 | 4 |
| 2 | 6 | 24 | 10 | 40 | 12 |
| 3 | 8 | 32 | 18 | 72 | 24 |
| 4 | 7 | 28 | 25 | 100 | 28 |
| Αθρ. | 25 | 100 | — | — | 68 |

**Β)** αφού $\nu = 25$ (περιττός), η διάμεσος θα είναι: $\delta = t_{13}$
Από τον πίνακα παρατηρούμε οτι $N_3 = 18$ και $N_2 = 10$ οπότε ισχύει:
$t_{11} = t_{12} = t_{13} = .... = t_{18} = 3$ άρα $\delta = t_{13} = 3$ βιβλία

**Γ)** $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i}{\nu} = \dfrac{68}{25}$=2,72 βιβλία

**Δ)** Το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον 2 βιβλία είναι:
$f_2\% + f_3\% + f_4\% = (24 + 32 + 28)\% = 84\%$
ή $F_4\% - F_1\% = 100\% - 16\% = 84\%$

## Θέμα 3ο

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = -x^2 + 6x + 8$

ΚΟΡΙΝΘΟΥ 255, ΚΑΝΑΚΑΡΗ 101
ΤΗΛ. 2610 625.360, 2610 624.009,
FAX 2610 625.366



www.kapalearn.gr
e-mail: info@kapalearn.gr

**Α)** Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, ως πολυωνυμική, με:

$$f'(x)=\left(-x^2+6x+8\right)'=\left(-x^2\right)'+\left(6x\right)'+\left(8\right)'=-2x+6=2\left(3-x\right)$$

**Β)** $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(3-x\right)=0 \Leftrightarrow 3-x=0 \Leftrightarrow x=3$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow 2\left(3-x\right)>0 \Leftrightarrow 3-x>0 \Leftrightarrow x<3$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow x>3$

* αφού $f'(x)>0$ στο $\left(-\infty,3\right)$, η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\left(-\infty,\ 3\right]$

* αφού $f'(x)<0$ στο $\left(3,\ +\infty\right)$, η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left[3,\ +\infty\right)$

**Γ)**

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | $f(3)$ μέγιστο | $\searrow$ | |

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0=3$, το f(3).

**Δ)** $\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3\left(-x^2+6x+8\right)dx = \int_0^3(-x^2)dx+\int_0^3(6x)dx+\int_0^3 8dx =$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}\right]_0^3+\left[3x^2\right]_0^3+\left[8x\right]_0^3=\left(-\frac{3^3}{3}-0\right)+\left(3\cdot3^2-0\right)+\left(8\cdot3-0\right)=-9+27+24=42$$

## Θέμα 4ο

$f:\Re\to\Re$

$f\left(x\right)=x^3+4x+2\alpha e^x$

**Α)**

$$\alpha=\lim_{x\to-1}\frac{x^2+3x+2}{x+1}$$

Το όριο είναι απροσδιόριστη μορφή, διότι: $\lim\limits_{x\to-1}\left(x^2+3x+2\right)=\left(-1\right)^2+3\left(-1\right)+2=1-3+2=0$

ΚΟΡΙΝΘΟΥ 255, ΚΑΝΑΚΑΡΗ 101
ΤΗΛ. 2610 625.360, 2610 624.009,
FAX 2610 625.366



www.kapalearn.gr
e-mail: info@kapalearn.gr

$\lim\limits_{x\to -1}(x+1)=-1+1=0$

Οπότε για κάθε $x\neq -1$ ισχύει: $\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}=\dfrac{(x+1)(x+2)}{x+1}=x+2 \quad (1)$

άρα: $\alpha=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}\overset{(1)}{=}\lim\limits_{x\to -1}(x+2)=-1+2=1$

**Β)**

για $\alpha=1$: $f(x)=x^3+4x+2e^x$

α) Η $f$ είναι παραγωγίσιμη στο $\Re$, ως πράξη παραγωγίσιμων στο $\Re$ συναρτήσεων, με:

$f'(x)=\left(x^3+4x+2e^x\right)'=\left(x^3\right)'+(4x)'+\left(2e^x\right)'=3x^2+4+2e^x$

β) $f'(x)=3x^2+4+2e^x>0$ για κάθε $x\in\Re$ διότι: $3x^2\geq 0$ και $4+2e^x>0$

άρα η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το $\Re$

γ) $f(x)=x^3+4x+2e^x$

στο $[2,4]$ η $f(x)>0$, ως άθροισμα θετικών

Άρα το ζητούμενο εμβαδόν είναι: $E=\int_2^4 f(x)dx=\int_2^4\left(x^3+4x+2e^x\right)dx=$

$=\int_2^4 x^3dx+\int_2^4 4xdx+\int_2^4 2e^xdx=\left[\dfrac{x^4}{4}\right]_2^4+\left[2x^2\right]_2^4+\left[2e^x\right]_2^4=$

$=\left(\dfrac{4^4}{4}-\dfrac{2^4}{4}\right)+\left(2\cdot 4^2-2\cdot 2^2\right)+\left(2e^4-2e^2\right)=64-4+32-8+2e^4-2e^2=84+2e^4-2e^2$ τ.μ.