ΚΟΡΙΝΘΟΥ 255, ΚΑΝΑΚΑΡΗ 101
ΤΗΛ. 2610 625.360, 2610 624.009,
FAX 2610 625.366

www.kapalearn.gr
e-mail: info@kapalearn.gr

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 19 ΜΑΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α. βλ. σχ. Βιβλίο σελ. 28
Β. α: Λάθος
β: Σωστό
γ: Σωστό
δ: Σωστό
ε: Σωστό

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

α) $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 1 + 2 + 1 + 4 = 8$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i}{\nu} = \frac{1\cdot 1 + 2\cdot 3 + 1\cdot 5 + 4\cdot 7}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

β) βάζω τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά

$1, 3, 3, 5, 7, 7, 7, 7$

επειδή οι παρατηρήσεις είναι 8 (άρτιος αριθμός)

$$\delta = \frac{t_4 + t_5}{2} = \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

γ) $s^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \nu_i$

$$= \frac{1}{8}\left[(1-5)^2\cdot 1 + (3-5)^2\cdot 2 + (5-5)^2\cdot 1 + (7-5)^2\cdot 4\right]$$

$$= \frac{1}{8}(16+8+0+16) = \frac{40}{8} = 5$$

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

α) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$, $x \in \Re$

Η f παραγωγίζεται ως πηλίκο παραγωγίσιμων συναρτήσεων στο $\Re$

$$f'(x) = \frac{\left(x^2\right)'\left(x^2+1\right) - x^2\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{2x\left(x^2+1\right) - x^2\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{2x\left(x^2+1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2} = \frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$$

β) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{2x}{(x^2+1)^2}>0 \overset{(x^2+1)^2>0}{\Leftrightarrow} x>0$$

ομοίως $f'(x)<0 \Leftrightarrow x<0$

- Αφού $f'(x)<0$ στο $(-\infty,0)$, η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,0]$.
- Αφού $f'(x)>0$ στο $(0,+\infty)$, η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0,+\infty)$.

γ)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	Ελάχιστο $f(0)=0$	↘

Ισχύουν οι προϋποθέσεις του κριτηρίου της 1[ης] παραγώγου, δηλαδή :

$$\left.\begin{array}{l} f'(0)=0 \\ f'(x)<0 \text{ στο } (-\infty,0) \\ f'(x)>0 \text{ στο } (0,+\infty) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{η f παρουσιάζει ελάχιστο στο } x_0=0, \text{ το } f(0)=0$$

δ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $(-1,f(-1))$ θα είναι της μορφής :

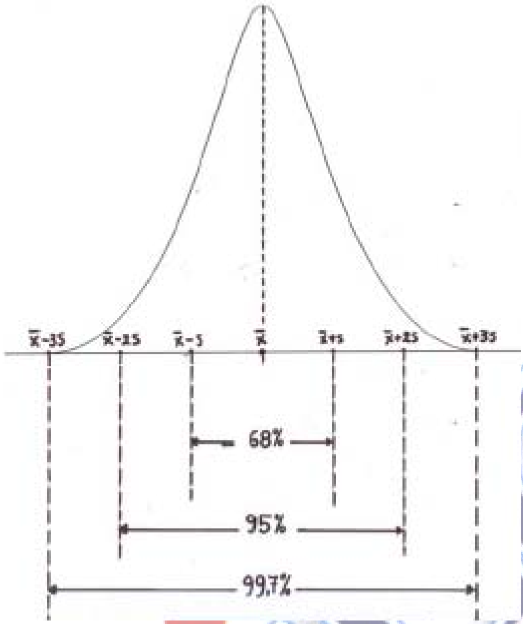
$$y-f(-1)=f'(-1)(x+1) \quad (1)$$

$$f(-1)=\frac{(-1)^2}{(-1)^2+1}=\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$f'(-1)=\frac{2(-1)}{\left((-1)^2+1\right)^2}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$(1)\underset{(3)}{\overset{(2)}{\Rightarrow}} y-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(x+1) \Leftrightarrow y=-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \Leftrightarrow y=-\frac{x}{2}$$

ΘΕΜΑ 4^{Ο}



α) Στην κανονική κατανομή, λόγω της συμμετρίας, ισχύει : $\delta = \bar{x} = 50$ έτη

β) $CV = \dfrac{s}{|\bar{x}|} = \dfrac{15}{50} = \dfrac{30}{100} = 0,3$ ή $30\% > 10\%$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

γ) $\nu = 4000$ κάτοικοι

(i) $35 = 50 - 15 = \bar{x} - s$

$65 = 50 + 15 = \bar{x} + s$

Μεταξύ $35 = \bar{x} - s$ και $65 = \bar{x} + s$ βρίσκεται το 68% των παρατηρήσεων, άρα

$\dfrac{68}{100} \cdot 4000 = 2720$ κάτοικοι

(ii) $\bar{x} - 3s = 50 - 3 \cdot 15 = 5$

$\bar{x} - s = 35$

Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκεται μεταξύ των $\bar{x} - 3s$ και $\bar{x} - s$ είναι:

$\dfrac{99,7\% - 68\%}{2} = \dfrac{31,7}{2}\% = 15,85\%$

$\dfrac{15,85}{100} \cdot 4000 = 634$ κάτοικοι